

Elektrotehnika i elektronika
I grupa
završni ispit - (septembar 2012)

Teorijska pitanja:

P1. Kako glasi Gausov zakon u integralnom [1], a kako u diferencijalnom obliku [1]? Neka je σ_0 površinska gustina naelektrisanja nekog metalnog tela u vakumu. Odrediti [2] i precizno ucrtati [2] vektor jačine električnog polja sa obe strane površi ovog tela.

P2. Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku [2]? U rednoj vezi snage otpornika R_1 i R_2 odnose se kao 3:1. Kakav će biti odnos snaga kada se ovi otpornici povežu paralelno [3]? Odgovor bez obrazloženja se ne boduje.

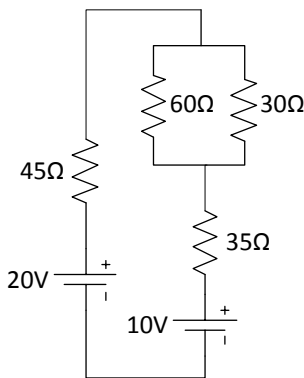
P3. Napisati matematičku formulaciju i iskazati rečima: a) Lorencovu silu [2], b) zakon o konzervaciji magnetskog fluksa [2]. Obavezno objasniti sve oznake.

P4. Paralelna veza otpornika i kondenzatora priključena je na idealni naponski prostoperiodični izvor. Kako se menja efektivna jačina struje izvora kada frekvencija elektromotorne sile izvora raste [3]? Odgovor bez obrazloženja se ne boduje.

Zadaci:

Z1. Sferni kondenzator poluprečnika elektroda $a=1[\text{cm}]$ i $b=2[\text{cm}]$ naelektrisan je naelektrisanjem $Q=100[\text{nC}]$. Odrediti:

- maksimalnu jačinu električnog polja u kondenzatoru [2],
- napon između elektroda [2],
- kapacitivnost kondenzatora [2],
- kapacitivnost ovog kondenzatora kada se prostor između elektroda u potpunosti ispuni homogenim dielektrikom relativne permitivnosti $\epsilon_r=10$ [2]?



Z2. Za kolo vremenski konstantne struje sa slike odrediti::

- Džulove gubitke na otporniku od 60Ω [2],
- napon na otporniku od 30Ω [2],
- snagu baterije od 20V [2],
- snagu baterije od 10V [2].

Z3. Redna veza idealnog kalema induktivnosti $L=1[\text{mH}]$ i otpornika $R=1[\Omega]$ zatvaranjem idealnog prekidača u trenutku $t=0$ priključuje se na idealnu bateriju elektromotorne sile $E=5[\text{V}]$. Odrediti struju $i(t)$ [2] i napon $u(t)$ [2] otpornika tokom prelaznog procesa. Kolika je magnetna energija kalema u ustaljenom stanju [2] i posle koliko vremena se prelazni proces može smatrati završenim [2] ?

Z4. a) Rezistansa neke impedanse iznosi $1[\Omega]$, a reaktansa $-1[\Omega]$. Rešiti (odrediti sve stranice) i nacrtati trougao ove impedanse [2]? Koliki je faktor snage ove impedanse [2]?

b) Impedansa iz prethodne tačke priključena je na prostoperiodični napon efektivne vrednosti $\sqrt{2}[\text{V}]$. Kolika je efektivna jačina struje kroz impedansu [2]? Kolika je aktivna [1] i reaktivna snaga [1] ove impedanse u tom slučaju ?

Rešenja:

P2. U rednoj vezi struja je ista, $P_1 = R_1 I^2$, $P_2 = R_2 I^2$, $P_1/P_2 = 3:1$ pa je $R_1 = 3R_2$. U paralennoj vezi napon je isti, pa je $P_1 = U^2/R_1 = U^2/3R_2 = P_2/3$, **$P_1:P_2=1:3$** .

P4. Efektivna jačina struje izvora, $I = YE$, se povećava zbog porasta modula admintanse $\bar{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \cdot e^{j \arctg(\omega CR)} = Y e^{j\varphi}$, $Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$.

$$\mathbf{Z1.} \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad a \leq r \leq b.$$

a) Maksimalna jačina polja je $E_{\max} = E(r=a) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot a^2} = 9[\text{MV/m}]$ uz unutrašnju elektrodu.

b) Napon između elektroda je $U_{ab} = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right] = 45[\text{KV}]$.

c) Kapacitivnost $C = \frac{Q}{U_{ab}} = \frac{100 \cdot 10^{-12}}{45} = 2.22[\text{pF}]$.

d) $C'' = \epsilon_r \cdot C' = 10 \cdot 2.22[\text{pF}] = 22.2[\text{pF}]$.

Z2. Ukupan otpor kola je $R_U = 45 + 60 \parallel 30 + 35 = 70 + \frac{60 \cdot 30}{60 + 30} = 80 + 20 = 100\Omega$.

Struja kroz baterije je $I = \frac{20-10}{R_U} = \frac{10}{100} = 0.1\text{A}$. Iz strujnog razdelnika sledi: struja kroz otpornik od 60

Ω je $I_{60} = \frac{30}{30+60} I = \frac{30}{90} 0.1 = 33.33\text{mA}$, a kroz otpornik od 30 Ω je

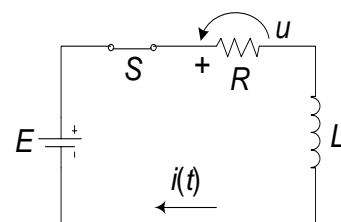
$I_{30} = \frac{60}{30+60} I = \frac{60}{90} 0.1 = 66.66\text{mA}$. a) $P_{60} = 60 \cdot I_{60}^2 = 60 \cdot (33\text{mA})^2 = 66.667\text{mW}$, b) Napon

$U_{30} = 30 \cdot I_{30} = 30 \cdot 66.66\text{mA} = 2\text{V}$, c) $P_{20V} = 20I = 20 \cdot 0.1 = 2\text{W}$ d) $P_{10V} = -10I = -10 \cdot 0.1 = -1\text{W}$.

$$\mathbf{Z3.} \quad E = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = \frac{E}{L}, \quad i(0)=0.$$

$$i(t) = i_p(t) + i_h(t), \quad i_p(t) = E/R, \quad i_h(t) = K \cdot e^{s \cdot t}.$$

$$s + \frac{R}{L} = 0 \Rightarrow s = -\frac{R}{L}, \quad \tau = \frac{1}{|s|} = \frac{L}{R} = 1[\text{ms}], \quad \text{pa je } i_h(t) = K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}.$$



Konačno $i(t) = i_p(t) + i_h(t) = \frac{E}{R} + K e^{-\frac{R}{L}t}$, a iz $i(0)=0$ sledi $K = -E/R$

Struja i napon otpornika, za $t \geq 0$, su $i(t) = \frac{E}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = 5(1 - e^{-1000t})[\text{mA}]$ i

$u(t) = Ri(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = 5(1 - e^{-1000t})[\text{V}]$. $W_m(\infty) = Li^2(\infty)/2 = L \frac{E^2}{2R^2} = 12.5[\text{mJ}]$. PP je završen posle $t=5\tau=5[\text{ms}]$.

Z4. a) $\bar{Z} = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot e^{j \arctg \frac{X}{R}} = \sqrt{1^2 + (-1)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-1}{1}} = \sqrt{2} \cdot e^{j \arctg(-1)}$. $\bar{Z} = \sqrt{2} \cdot e^{j(-\pi/4)} = Z e^{j\varphi}$. Faktor snage $\cos \varphi = \cos(-\pi/4) = 1/\sqrt{2}$.

b) $I = U/Z = \sqrt{2}/\sqrt{2} = 1\text{A}$ je efektivna jačina struje impedanse. $P = RI^2 = 1 \cdot 1^2 = 1\text{W}$ je aktivna, a $Q = XI^2 = -1 \cdot 1^2 = -1\text{Var}$ reaktivna snaga impedanse.

